

¿Dónde está el profesor?

Javier Rodrigo Hitos

- ¿Dónde está el profesor?
- Pues parece que no ha venido
- Joder, el primer día y ya faltando.
- Espérate un poco, igual viene más tarde.
- Qué, ¿le damos diez minutos de cortesía y nos vamos al bar?
- Imagínate que él viniera y no hubiera nadie. ¿Qué creéis que haría, nos daría diez minutos de cortesía?
- Nos daría por el culo la siguiente vez que nos viera.
- ¿Cómo puedes ser tan basto, Fernández?
- ¿Cómo puedes ser tan fina, Gutiérrez?
- Bueno venga, vámonos ya al bar.
- ¿Y si luego lo da por explicado? Podíamos aprovechar la hora para estudiarlo por nuestra cuenta...
- A Martínez le ha dado mucho el sol en la cabeza este verano. Dice cosas raras.
- No está tan mal pensado. Al fin y al cabo ya estamos en segundo. Se supone que tenemos cierta madurez ¿no? Hemos pasado por el Cálculo y el Álgebra de primero.
- Yo aprobé copiando.
- Yo no copié, pero en realidad madurez matemática no adquirí ninguna. En las asignaturas de primero sólo te enseñan a hacer cuentas, no te adiestran para entender la lógica formal y el razonamiento abstracto.
- Tío, Peláez, tú tenías que haber hecho filosofía. Vaya parla.
- Además podemos estudiar en grupo. Y tenemos la ayuda de los libros que tan generosamente nos dona la Universidad a principio de curso.
- Nos podrían donar también las ganas de abrirlos.
- Mirar, ya tenemos en las mesas los de esta asignatura. A ver cómo se llama... vaya nombre exótico, Matemáticas Discretas.
- ¡Yo prefiero las matemáticas putangas!
- ¿Cómo puedes ser tan basto, Fernández?
- Primer tema, Relaciones. ¡Qué sugerente!
- A mí me gustaría relacionarme con la delegada de la clase de al lado.

- Ramírez, no hagas de Fernández que no te sale.
- Definición de relación: Dado un conjunto A, una relación binaria en A es un subconjunto del producto cartesiano de A por sí mismo. ¿Alguien se ha enterado de algo?
- De nada. Para empezar, no sabemos qué es un producto cartesiano. ¿Pone ahí lo que es?
- Pues parece que no. ¡Ah, sí! En el anexo. El producto cartesiano de A y B es el conjunto de todos los pares (a, b) donde a es un elemento de A y b de B. Por ejemplo, si A es el conjunto formado por el 1 y el 2, el producto cartesiano de A y A es el conjunto formado por los pares (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), y se escribe A por A.
- Esos parecen vectores en el plano, ¿no?
- Pero el conjunto de los vectores en el plano era \mathfrak{R}^2 ¡Ah, claro! \mathfrak{R}^2 es \mathfrak{R} por \mathfrak{R} ; \mathfrak{R} por \mathfrak{R} igual a \mathfrak{R} al cuadrado. ¡Como en los números!
- Parece que estamos descubriendo América. Seguimos con las relaciones. Ahora parece que hay un ejemplo. Dice que en el conjunto anterior, 1 y 2, el subconjunto de A por A formado por (1, 1) y (1, 2) es una relación. Por tanto, el 1 está relacionado consigo mismo y también con el 2.
- O sea que los que están en un par son los que están relacionados. Por eso lo de binaria. Bi es dos.
- ¿“Bis” no son a los que les gustan los tíos y las tías?
- Sánchez, no sale una idea buena de ese cerebro que tienes ni aunque te lo expriman con una licuadora.
- Si ya decía yo que no puede ser. O te gustan los tíos ó te gustan las tías, pero no te van a gustar los dos a la vez.
- Dejémoslo. Tipos de relaciones: reflexiva, si todo elemento está relacionado consigo mismo, simétrica, si siempre que un elemento a está relacionado con b, entonces b también está relacionado con a.
- Un momento. Pero entonces todas las relaciones son simétricas, ¿no? Si a está relacionado con b, también lo estará b con a. O están relacionados o no lo están.
- Yo no estoy de acuerdo en eso que dices. Dependerá de la relación. Yo por ejemplo soy novio de Claudia Schiffer, y como tal tengo muchas noches relaciones con ella, pero me temo que ella todavía no se ha enterado.
- ¿Hay algún tío en esta clase que pueda pensar en un concepto sin necesidad de pasarlo por el sexo?
- En esta clase no, quizás en el mundo haya alguno.

- Relación antisimétrica, si siempre que a está relacionado con b y b lo está con a, entonces $a=b$.

- ¿Pero eso no era simétrica? Si a está relacionado con b, b lo está con a. Simétrica, ¿no? Entonces, ¿qué pinta el que a y b sean iguales?

- Me parece que no, porque simétrica era que siempre que a está relacionado con b, b lo está con a, y esto es que siempre que a está relacionado con b y b lo está con a, es decir, siempre que se cumplan las dos, es que a y b son iguales. O lo que es lo mismo, si a y b son distintos y a está relacionado con b, b no puede estarlo con a.

- Me está empezando a doler la cabeza. Este debe de ser el razonamiento lógico del que hablaba Peláez. Y tú, Adánez, ¿eres siempre así ó te ha poseído el espíritu de Pitágoras?

- Ya sabes que las mujeres somos las de la intuición.

- La verdad es que se entiende mucho mejor como lo ha dicho ella al final. Según eso si una relación es simétrica no puede ser antisimétrica...

- Creo que eso viene ahora en una observación. El libro nos lleva de la manita: Nótese que una relación simétrica no puede ser antisimétrica y viceversa. La única excepción son las relaciones en las que los elementos sólo pueden estar relacionados consigo mismos.

- Elementos sólo relacionados consigo mismo. Qué relación más pajill... Perdón, Gutiérrez. ¡Qué relación más autista!

- Y por último la relación transitiva. Si cumple que siempre que a está relacionado con b y b lo está con c, entonces a está relacionado con c. Esto parece más fácil.

- Pues a mí no me parece tan fácil. Esto ya tiene tres letras, a, b y c.

- Pero ahora lo desarrolla. Cómo ver de forma fácil que una relación es transitiva: Se construye el grafo de la relación. Para ello, se dibuja un vértice por cada elemento del conjunto, y se une con una flecha el vértice a con el vértice b si el elemento a está relacionado con el elemento b. Si siempre que hay flechas de a hacia b y de b hacia c se cierra el triángulo con una flecha de a hacia c, la relación es transitiva.

- O sea que siempre que hay dos ladillos, se tiene que cerrar el triangulillo.

- Aquí hay ejemplos: La relación con los pares (a, b), (b, c) y (a, c) es transitiva. Obsérvese el grafo de la relación. Efectivamente hay un triangulillo...

- Fijaos, dice que la relación con sólo el par (a, b) también es transitiva, y aquí no hay triángulo que valga. Este libro está mal.

- No es que esté mal. La cosa es que siempre que haya dos flechas, se cierre el triángulo. Como aquí no se da el caso, no se deja de cumplir, luego sí que es transitiva.

- ¡El Nobel de las Matemáticas Discretas para Adánez ya!

- Pero la que viene ahora es (a, b) , (b, c) y (c, a) . Tiene el triángulo, pero dice que no es transitiva. Que os digo yo que este libro está mal.

- Lo que pasa es que la flecha debe empezar en a y acabar en c . Aquí el orden importa, acuérdate de lo de Sánchez y la Schiffer.

- Más tipos de relaciones. Una relación es de equivalencia si es reflexiva, simétrica y transitiva. En estas relaciones, el conjunto " A " queda partido en subconjuntos formados por los elementos que están relacionados entre sí. A estos subconjuntos se les llama clases de equivalencia.

- Parece como partir un pastel en distintos trozos.

- Ó como las propias clases en las que estamos. Los de esta clase estamos relacionados entre nosotros, porque aguantamos a los mismos profesores, luego somos una clase de equivalencia. Los de la clase de al lado aguantan a otros profesores, luego forman otra clase de equivalencia. Están relacionados entre ellos, y no con nosotros.

- O sea que tu relación con la delegada de al lado es imposible, Ramírez.

- Se pueden distinguir las clases de equivalencia en una relación de equivalencia con el grafo de la relación definido anteriormente: Los vértices de cada parte disjunta del grafo constituyen una clase de equivalencia. Y viene un ejemplo.

- Pues se ve claro, sí.

- Y ahora un ejercicio: Dada la siguiente relación de equivalencia, encontrar sus clases utilizando el grafo de la relación. ¿Lo intentamos?

- Por ahí viene Lupiáñez, llegando tarde como de costumbre.

- ¿Qué hacéis todos sentados en corro tan sonrientes? ¿Estáis jugando a la pocha? Y a todo esto, ¿dónde está el profesor?